Физика 9 класс. Решения

12 ноября 2016 г.

1. Площади поршней гидравлического пресса равны 10 см^2 и 200 см^2 (рис. 1). На меньшем стоит груз массой 1 кг. С какой вертикальной силой действуют на больш́ой поршень, если он находится на 20 см ниже маленького? В качестве гидравлической жидкости используется вода, её плотность 1000 кг/м^3. Поршни считать тонкими и невесомыми, трением пренебречь, ускорение свободного падения принять равным 10 Н/кг.

Решение. Обозначим величины, данные в задаче: $m = 1$ кг, $h = 20$ см $= 0,2$ м, $S_1 = 10$ см^2 $= 0,001$ м^2, $S_2 = 200$ см^2 $= 0,02$ м^2. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.

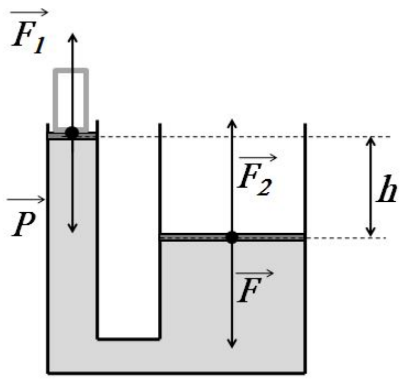


Рис. 1:

Условием равновесия системы будет равенство нулю равнодействующей всех сил, действующих на каждый поршень. На малый поршень действует вес груза $P = mg$, а так же сила давления жидкости под поршнем $F_1 = S_1 p$, где p - давление воды на уровне маленького поршня. В итоге:

$$mg = S_1 p \tag{1}$$

На большой поршень действует искомая сила F, а так же сила давления жидкости под поршнем $F_2 = S_2(p + \rho g h)$, где $\rho g h$ - добавочное давление столба жидкости под левым поршнем. В итоге:

$$F = S_2(p + \rho g h) \tag{2}$$

Из уравнений (1) и (2) составим систему:

$$\begin{cases} mg = S_1 p \\ F = S_2 p + S_2 \rho g h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = \dfrac{mg}{S_1} \\ F = S_2 p + S_2 \rho g h \end{cases} \Rightarrow F = g\big(m \cdot \frac{S_2}{S_1} + S_2 \rho h\big)$$

При подстановке числовых значений в решение системы получаем $F = 240$ Н.

Ответ: 240 Н

Критерии оценок.

Выполнен рисунок с указанием всех сил - 3 балла.
Записаны условия равновесия (1) и (2) - 2 балла.
Составлена и решена система уравнений - 5 баллов.
Итого - 10 баллов.

2. Первоначально в калориметре находилась некая жидкость. В жидкость опускают металлический шарик. Известно, что удельная (по массе) теплоёмкость жидкости в 3 раза больше, а плотность в 7 раз меньше чем у шарика. Графики температуры шарика I и жидкости II от времени представлены на рисунке (рис. 2). Во сколько раз объём жидкости больше объёма шарика?

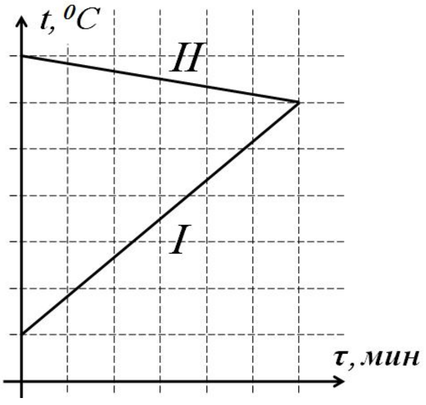


Рис. 2:

Решение. Пусть, удельная теплоёмкость металла из которого изготовлен шарик - c, а плотность жидкости ρ. Так же допустим, что температура жидкости в процессе теплообмена уменьшилась на Δt, тогда, согласно графику, температура шарика увеличилась на $5\Delta t$. Наконец, обозначим объём шарика за V, а объём жидкости за ηV, где η - искомое отношение объёмов.

В рамках обозначений, использованных выше, масса шарика будет представленна как: $7\rho V$, а теплота, которую он получил от жидкости распишется как:

$$Q_1 = c \cdot 7\rho V \cdot 5\Delta t = 35c\rho V\Delta t \tag{1}$$

Масса жидкости, в свою очередь, равна $\rho\eta V$, а теплота, которую она отдала металлу:

$$Q_2 = 3c \cdot \rho\eta V\Delta t = 3c\rho V\Delta t \cdot \eta \tag{2}$$

Если пренебречь потерями теплоты, то справедливо: $Q_1 = Q_2$, что с учётом (1) и (2) даёт уравнение для η:

$$35c\rho V\Delta t = 3c\rho V\Delta t \cdot \eta$$

Разделим обе части уравнения на $3c\rho V\Delta t > 0$, получим:

$$\eta = \frac{35}{3} \approx 11,7$$

Ответ: объём жидкости в $\approx 11,7$ раз больше объёма шарика.

Критерии оценок.

Записаны формулы (1) и (2) - 6 баллов.
Записано уравнение $35c\rho V\Delta t = 3c\rho V\Delta t \cdot \eta$ - 3 балла.
Получен окончательный ответ $\approx 11,7$ - 1 балл.
Итого - 10 баллов.

3. Чему равно сопротивление резистора X (рис. 3), если идеальный амперметр A показывает силу тока 0 А? Сопротивление R считать известным.

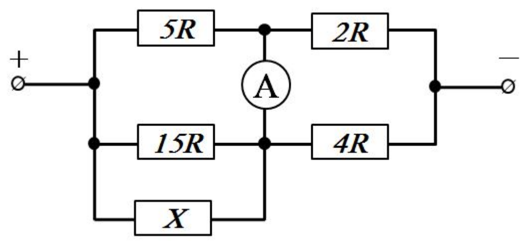


Рис. 3:

Решение: Найдём общее сопротивление подключенных параллельно резисторов X и $15R$.

$$R_x = \frac{15R \cdot X}{15R + X} \tag{1}$$

Ток не будет протекать через амперметр, если выполняется:

$$\frac{4R}{2R} = \frac{R_x}{5R}$$

То есть, если отношения сопротивлений, подключенных параллельно слева и справа от амперметра, равны.

$$\frac{R_x}{5R} = 2 \qquad (2)$$

Подставим (1) в (2), получим:

$$\frac{\frac{15R \cdot X}{15R + X}}{5R} = \frac{15R \cdot X}{75R^2 + 5XR} = 2$$

Умножим обе части равенства на $75R^2 + 5RX \neq 0$ и перегруппируем слагаемые.

$$X(15R - 10R) = 150R^2$$

В итоге, разделив обе части на $5R$, получаем: $X = 30R$.

Ответ: $X = 30R$

Критерии оценок.
Записана формула (1) - 2 балла.
Записано условие (2) - 3 балла.
Получен ответ $X = 30R$ - 5 баллов.
Итого - 10 баллов.

4. Павел решил выполнить опасный трюк на папином автомобиле. Ему необходимо допрыгнуть с палубы отплывающей баржи до берега. Она отходит от берега с ускорением a. С каким ускорением a_1 *относительно баржи* необходимо двигаться Павлу, чтобы не утопить папину машину? Высота палубы над берегом - h, её длина - $L = 20h$, много больше длины автомобиля (рис. 4). В начальный момент времени расстояние от борта до берега равно $\ell = 2h$, а скорость баржи равна нулю. Ускорение свободного падения - g, а ускорение баржи столь мало, что $a^2 \approx 0$. Считать, что масса баржи много больше массы автомобиля.

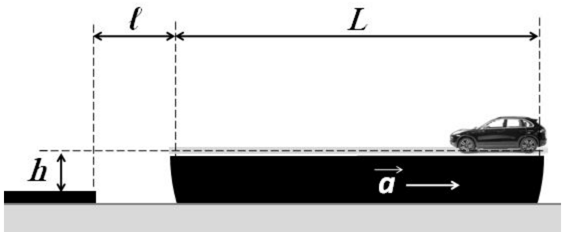
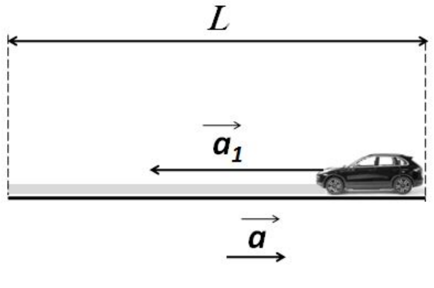


Рис. 4:

Решение: Так как длина автомобиля много меньше длины баржи, а его масса пренебрежимо мала в сравнении с массой баржи, его можно считать материальной точкой. Ускоренное движение автомобиля практически не скажется на движении баржи, поэтому ускорения тел в системе останутся постоянными.

Рассмотрим два этапа развития событий: **1)** движение автомобиля по палубе, **2)** движение автомобиля после отрыва от палубы.

1)Перейдём в систему отсчёта, связанную с баржей (рис. 5). Пусть τ - время движения автомобиля по палубе. Исходя из того, что начальная скорость автомобиля равна нулю, выразим длину палубы как:



$$L = a_1 \cdot \frac{\tau^2}{2}$$

Откуда:

$$\tau^2 = 2 \cdot \frac{L}{a_1} \tag{1}$$

За это же время τ баржа, как и автомобиль не имевшая начальной скорости, пройдёт расстояние:

$$X = a \cdot \frac{\tau^2}{2} \tag{2}$$

В итоге, она окажется на расстоянии $\ell_1 = \ell + X$ от берега к моменту отрыва машины от палубы. Подставим (1) в (2) и распишем ℓ_1 через известные величины и искомое ускорение a_1.

$$\ell_1 = \ell + a \cdot \frac{\frac{2L}{a_1}}{2} = \ell + L \cdot \frac{a}{a_1} \tag{3}$$

Теперь рассмотрим автомобиль в системе отсчёта, связанной с берегом. Ускорение автомобиля в этом случае равно $(a_1 - a)$. Найдём скорость, с которой он достигнет конца палубы.

$$\upsilon_1 = (a_1 - a) \cdot \tau_1 = (a_1 - a) \cdot \sqrt{\frac{2L}{a_1}} \tag{4}$$

2) После отрыва от палубы колёса автомобиля теряют опору, он перестаёт ускорятся в горизонтальном направлении и переходит в свободное падение (рис. 6). Пусть $\tau*$ - время полёта от края палубы до берега. Пренебрегая действием сопротивления воздуха распишем это время как:

$$\tau* = \frac{\ell_1}{\upsilon_1} \tag{5}$$

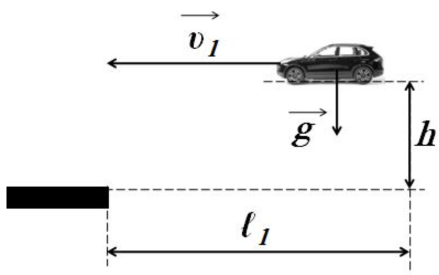


Рис. 6:

Начальная скорость автомобиля по вертикальной оси равна нулю, поэтому для высоты падения h можно записать:

$$h = g \cdot \frac{\tau*^2}{2} \tag{6}$$

Подставим (5) в (6) и проведём некоторые преобразования:

$$h = g \cdot \frac{(\frac{\ell_1}{\upsilon_1})^2}{2} = \frac{g\ell_1^2}{2\upsilon_1^2}$$

После умножения обеих частей на $2\upsilon_1^2 \neq 0$ имеем:

$$2h\upsilon_1^2 = g\ell_1^2 \tag{7}$$

Подставим (3) и (4) из первого пункта в уравнение (7) и перегруппируем множители.

$$2h\left((a_1 - a) \cdot \sqrt{\frac{2L}{a_1}}\right)^2 = g\left(\ell + L\frac{a}{a_1}\right)^2$$

$$\frac{4hL}{a_1} \cdot (a_1^2 - 2aa_1 + a^2) = g\ell^2 + 2g\ell L \cdot \frac{a}{a_1} + L^2 \cdot \frac{a^2}{a_1^2}$$

Используя малость ускорения a (условие $a^2 \approx 0$) вычеркнем все слагаемые содержащие a^2 как бесконечно малые. В итоге получим:

$$\frac{4hL}{a_1} \cdot (a_1^2 - 2aa_1) = g\ell^2 + 2g\ell L \cdot \frac{a}{a_1}$$

Умножим обе части уравнения на $a_1 \neq 0$, раскроем скобки и перегруппируем слагаемые.

$$4hLa_1^2 - (8ahL + g\ell^2)a_1 - 2ag\ell L = 0 \tag{8}$$

Получено квадратное уравнение (8) относительно неизвестного ускорения a_1. Упростим его, используя данные, представленные в задаче $L = 10h$, $\ell = 2h$.

$$40h^2a_1^2 - (80ah^2 + 4gh^2)a_1 - 40agh^2 = 0$$

Поделим обе части на $4h^2 > 0$ и перейдем непосредственно к решению уравнения.

$$10a_1^2 - (20a + g)a_1 - 10ag = 0$$

Дискриминант: $D = 400a^2 + 40ag + g^2 + 400ag$

Решение уравнения: $a_1 = \dfrac{20a + g \pm \sqrt{400a^2 + 440ag + g^2}}{20}$

Последним шагом необходимо понять, какой знак вместо $\pm$ должен стоять перед корнем. Для этого достаточно заметить, что подкоренное выражение больше чем $(20a + g)^2$, а так как искомое ускорение не может быть отрицательным необходимо выбрать знак $''+''$.

В итоге, с учётом приближения $a^2 \approx 0$ получаем ускорение:

$$a_1 \approx a + \frac{g + \sqrt{440ag + g^2}}{20}$$

Ответ: $a_1 \approx a + \dfrac{g + \sqrt{440ag + g^2}}{20}$

Критерии оценок.

Найдена скорость (4) - 5 баллов.
Получено уравнение (7) - 2 балла.
Получено уравнение (8) - 2 балла.
Найдено решение уравнения (8) - 4 балла.
Процесс решения сопровождается поясняющими рисунками - 2 балла.
Итого - 15 баллов.